



ИЗВЈЕШТАЈ

за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада¹

1. ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ													
Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета													
Датум именовања комисије: 14. мај 2025.													
Број одлуке: 19-3.65/25													
Чланови комисије:													
1.	<table><tr><td>Николић Бојан</td><td>доцент</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Алгебра и геометрија</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци</td><td>предсједник</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Николић Бојан	доцент	Презиме и име	Звање	Математика, Алгебра и геометрија		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци	предсједник	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Николић Бојан	доцент												
Презиме и име	Звање												
Математика, Алгебра и геометрија													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци	предсједник												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
2.	<table><tr><td>Божовић Владимир</td><td>редовни професор</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Алгебра и геометрија</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Природно-математички факултет, Унив. Црне Горе</td><td>члан</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Божовић Владимир	редовни професор	Презиме и име	Звање	Математика, Алгебра и геометрија		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Природно-математички факултет, Унив. Црне Горе	члан	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Божовић Владимир	редовни професор												
Презиме и име	Звање												
Математика, Алгебра и геометрија													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Природно-математички факултет, Унив. Црне Горе	члан												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
3.	<table><tr><td>Кокол Буковшек Дамјана</td><td>ванредни професор</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Алгебра и геометрија</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Економски факултет, Унив. у Љубљани</td><td>члан</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Кокол Буковшек Дамјана	ванредни професор	Презиме и име	Звање	Математика, Алгебра и геометрија		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Економски факултет, Унив. у Љубљани	члан	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Кокол Буковшек Дамјана	ванредни професор												
Презиме и име	Звање												
Математика, Алгебра и геометрија													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Економски факултет, Унив. у Љубљани	члан												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
4.	<table><tr><td>Димитрије Чвокић</td><td>доцент</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Информационе науке, Информационе науке и биоинформатика (развој софтвера)</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци</td><td>члан</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Димитрије Чвокић	доцент	Презиме и име	Звање	Информационе науке, Информационе науке и биоинформатика (развој софтвера)		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци	члан	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Димитрије Чвокић	доцент												
Презиме и име	Звање												
Информационе науке, Информационе науке и биоинформатика (развој софтвера)													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Природно-математички факултет, Унив. у Бањој Луци	члан												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
5.	<table><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr></table>			Презиме и име	Звање								
Презиме и име	Звање												

¹ У даљем тексту „дисертација / умјетнички рад”.

		Научно поље и ужа научна/умјетничка област	
Установа у којој је запослен/а		Функција у комисији	

2. ПОДАЦИ О СТУДЕНТУ

Име, име једног родитеља, презиме: Иван Вања (Митар) Бороја

Датум рођења: 21. јул 1978.

Мјесто и држава рођења: Мркоњић Град, Република Српска, Босна и Херцеговина

2.1. Студије првог циклуса или основне студије или интегрисане студије

Година уписа:	1997.	Година завршетка:	2005.	Просјечна оцјена током студија:	9,00
---------------	-------	-------------------	-------	---------------------------------	------

Универзитет: Универзитет Црне Горе

Факултет/Академија: Природно-математички факултет

Студијски програм: Математика

Стечено звање: Дипломирани математичар, број дипломе 245. Рјешењем Министарства просвјете и културе Републике Српске број 07.023/613-509/14 од 3. новембра 2014. диплома је нострификована.

2.2. Студије другог циклуса или мастер студије

Година уписа:	2014.	Година завршетка:	2015.	Просјечна оцјена током студија:	9,80
---------------	-------	-------------------	-------	---------------------------------	------

Универзитет: Универзитет Црне Горе

Факултет/Академија: Природно-математички факултет

Студијски програм: Примијењена математика и рачунарске науке

Назив завршног рада другог циклуса или мастер тезе, датум одбране:

„Алгоритми за конструкцију репрезентација и карактера семи-директног производа група“,
Подгорица, 30. април 2015.

Ужа научна/умјетничка област завршног рада другог циклуса или мастер тезе:

Рачунарске науке

Стечено звање: Магистар

2.3. Студије трећег циклуса

Година уписа:	2019.	Број ECTS бодова остварених до сада:	135	Просјечна оцјена током студија:	10.00
---------------	-------	--------------------------------------	-----	---------------------------------	-------

Факултет/Академија: Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци		
Студијски програм: Математика		
2.4. Приказ научних и стручних односно умјетничких радова студента²		
Навести појединачне радове, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци у 2.4.		
Р.б.	Основни подаци о научном раду	Цитатна база
1.	Boroja, Ivan-Vanja ; Kokol Bukovšek, Damjana; Stopar, Nik <i>When does an infinite ring have a finite compressed commuting graph?</i> J. Algebra Appl., in press (2025), art. 2650148, 18 pp.	Web of Science Core Collection
2.	Boroja, Ivan-Vanja ; Dorbidi, Hamid Reza; Kokol Bukovšek, Damjana; Stopar, Nik <i>Compressed commuting graphs of matrix rings</i> . Linear Multilinear Algebra, in press (2025), 19 pp.	Web of Science Core Collection
3.	Bogdanić, Duško; Boroja, Ivan-Vanja , <i>Indecomposable Modules in the Grassmannian Cluster Category $CM(B_{(5,10)})$</i> , Kragujevac Journal of Mathematics, Volume 48(6) (2024), Pages 907–920 https://imi.pmf.kg.ac.rs/kjm/en/index.php?page=accepted-papers	Web of Science Core Collection
4.	Bogdanić, Duško; Boroja, Ivan-Vanja , <i>Decomposable extensions between rank 1 modules in Grassmannian cluster category</i> , Sarajevo Journal of Mathematics, Vol.18 (31), No.2 (2022), 297 – 312 DOI: 10.5644/SJM.18.02.10	-----
5.		Изабери ...
Припадност рада ужој научној/умјетничкој области којој припада предмет истраживања докторске дисертације		☒ ДА ☐ НЕ

3. УВОДНИ ДИО ОЦЕНЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ / УМЈЕТНИЧКОГ РАДА
- Компресовани графови комутативности прстена и других алгебарских структура - Математика, Алгебра и геометрија 24. октобар 2024. Одлука Сената Универзитета у Бањој Луци број 02/04-3.2250-79/24 26. децембар 2024. Одлука Сената Универзитета у Бањој Луци број 02/04-3.2747-49/24 - Дисертација је написана на 87 страница, од чега главни дио рада обухвата 77 страница, подијељених на 10 поглавља: - Увод (странице 1-4) - Припремна разматрања (странице 5-14) - Компресовани граф комутативности прстена са јединицом (странице 15-18) - Компресовани граф комутативности прстена $M_2(GF(p))$ (странице 19-28) - Скуп чворова компресованог графа комутативности $\Lambda^1(M_3(GF(p)))$ (странице 29-46) - Сусједи чворова графа $\Lambda^1(M_3(GF(p)))$ (странице 47-60) - Подграф индукован скупом чворова $V_{(B)} \cup V_{(E)}$ (странице 61-68) - Опис графа $\Lambda^1(M_3(GF(p)))$ (странице 69-72) - Граф комутативности прстена $M_3(GF(p))$ (страница 73) - Литература (странице 74-77) - Дисертација је написана на енглеском језику, има 87 страница А4 формата и подељена је у 10 поглавља. Почиње уводом који описује тренутно стање у области, циљеве и структуру

² У складу са чланом 34 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

дисертације. Поглавље о прелиминарним резултатима подсјећа на неколико резултата из теорије матрица који су коришћени у дисертацији. Треће поглавље уводи главни објект истраживања и сумира нека позната истраживања. Граф прстена матрица 2×2 над простим пољем описује се у четвртом поглављу, док се граф прстена матрица 3×3 над простим пољем описује у поглављима 5-8, почевши од поглавља о тјеменима, поглавља о комшилацима, и два поглавља која описују граф у целини. Дисертација наставља деветим поглављем, које даје опис уобичајеног графа комутативности прстена матрица 3×3 над простим пољем као примјену. Десето поглавље је библиографија која садржи 41 референцу. Дисертација садржи 13 табела и једну слику.

1. Наслов дисертације / умјетничког рада.
2. Научно поље и ужа научна/умјетничка област.
3. Датум прихватања теме дисертације / умјетничког рада и бројеви одлука одговарајућих органа чланица и Универзитета.
4. Датум прихватања извјештаја комисије за оцјену подобности студента, теме и ментора за израду дисертације / умјетничког рада и бројеви одлука одговарајућих органа чланица и Универзитета.
5. Садржај дисертације / умјетничког рада уз навођење броја страна.
6. Истаћи основне податке о дисертацији / умјетничком раду: обавезно укључујући обим, број и називе поглавља, број табела, слика, шема, графикана и број литературних навода.

4. УВОД И ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ

1. Представљање проблема: Посљедњих година, велики број истраживања посвећен је разним графовима индукованим алгебарским структурама, као што су прстенови, групе итд. Ово истраживање је фокусирано на употребу алата из теорије графова за истраживање структурних својстава алгебарских структура. Један од најважнијих примјера је граф комутативности прстена, који приказује релацију комутативности. Значај овог приступа је очигледан из бројних нових резултата о централизаторима и комутативности у прстеновима матрица које је произвео, јер представљање комутативности графом даје истраживачима вриједне увиде у својства која би иначе остала невидљива. Даљи напредак постигнут је у случају графа дјелилаца нуле прстена, гдје је оригинални граф компресован како би постао мањи и тиме лакши за управљање. Недавно је уведен нови тип компресованог графа дјелилаца нуле прстена, који показује много боље везе са структуром прстена, углавном због чињенице да индукује функтор из категорије прстенова у категорију графова. Ова компресија још увек није истражена у случају графа комутативности.

Предмет истраживања: Граф комутативности и компресовани граф комутативности који описују релацију комутативности између елемената алгебарске структуре.

Циљ истраживања: Један од првих циљева истраживања је проширење методе са графова дјелилаца нуле на графове комутативности и увођење компресије графа комутативности прстена која индукује функтор. Други циљ је истраживање својстава уведеног графа, нарочито да се одговори на питање да ли бесконачан прстен може имати коначан компресовани граф комутативности и када се то дешава. Главни циљ дисертације је истраживање компресованог графа комутативности прстена матрица реда 2 и 3 над простим пољем $GF(p)$ за било који дати прост број p . Сви ови циљеви су постигнути, а резултати су концизно представљени у дисертацији.

Хипотезе истраживања:

1. За граф комутативности алгебарске структуре могуће је пронаћи компресију која даје најмањи могући граф такав да су испоштована функторијална својства одговарајуће алгебарске структуре.
2. Бесконачна алгебарска структура може имати коначан компресовани граф комутативности.

3. Одређене важне фамилије графова као што су потпуни графови, звјездасти графови и др. могу бити компресовани графови комутативности неке алгебарске структуре.

4. Неки прстени и алгебре су до на изоморфизам јединствено одређени својим компресованим графом комутативности, као на примјер прстен матрица 2×2 над пољем Галоа са p елемената, гдје је p прост број.

5. Могуће је у потпуности описати компресовани граф комутативности алгебре матрица малог реда над пољем мале кардиналности.

У дисертацији је потврђена већина наведених хипотеза. Прва, друга, други дио четврте и пета хипотеза су у потпуности потврђене док су трећа и први дио четврте хипотезе верификовани у пратећим радовима кандидата.

2. Преглед литературе:

[1] S. Akbari, H. Bidkhori, and A. Mohammadian, Commuting graphs of matrix algebras, *Comm. Algebra* 36 (2008), no. 11, 4020–4031. MR 2460400

[2] S. Akbari, M. Ghandehari, M. Hadian, and A. Mohammadian, On commuting graphs of semisimple rings, *Linear Algebra Appl.* 390 (2004), 345–355. MR 2083665

[3] S. Akbari, M. Habibi, A. Majidinya, and R. Manaviyat, The inclusion ideal graph of rings, *Comm. Algebra* 43 (2015), no. 6, 2457–2465. MR 3344200

[4] S. Akbari, A. Mohammadian, H. Radjavi, and P. Raja, On the diameters of commuting graphs, *Linear Algebra Appl.* 418 (2006), no. 1, 161–176. MR 2257587

[5] C. Ambrozic, J. Bračič, B. Kuzma, and V. Müller, The commuting graph of bounded linear operators on a Hilbert space, *J. Funct. Anal.* 264 (2013), no. 4, 1068–1087. MR 3004958

[6] D.F. Anderson and A. Badawi, The total graph of a commutative ring, *J. Algebra* 320 (2008), no. 7, 2706–2719. MR 2441996

[7] D.F. Anderson and J.D. LaGrange, Some remarks on the compressed zero-divisor graph, *J. Algebra* 447 (2016), 297–321. MR 3427636

[8] D.F. Anderson and P.S. Livingston, The zero-divisor graph of a commutative ring, *J. Algebra* 217 (1999), no. 2, 434–447. MR 1700509

[9] J. Araújo, M. Kinyon, and J. Konieczny, Minimal paths in the commuting graphs of semi-groups, *European J. Combin.* 32 (2011), no. 2, 178–197. MR 2738539

[10] C. Balbuena, Incidence matrices of projective planes and of some regular bipartite graphs of girth 6 with few vertices, *SIAM J. Discrete Math.* 22 (2008), no. 4, 1351–1363. MR 2443118

[11] L.M. Batten, *Combinatorics of finite geometries*, second ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1997. MR 1474497

[12] N. Bloomfield and C. Wickham, Local rings with genus two zero divisor graph, *Comm. Algebra* 38 (2010), no. 8, 2965–2980. MR 2730289

[13] I.-V. Boroja, H.R. Dorbidi, D. Kokol Bukovšek, and N. Stopar, Compressed commuting graphs of matrix rings, *Linear and Multilinear Algebra* (2025), 19 pp., <https://doi.org/10.1080/03081087.2024.2447527>.

[14] I.-V. Boroja, D. Kokol Bukovšek, and N. Stopar, When does an infinite ring have a finite compressed commuting graph?, *J. Algebra Appl.* (2025), 2650148,

<https://doi.org/10.1142/S0219498826501483>.

- [15] R. Brauer and K.A. Fowler, On groups of even order, *Ann. of Math.* (2) 62 (1955), 565–583. MR 74414
- [16] A. Djurić, S. Jevđenić, and N. Stopar, Categorical properties of compressed zero-divisor graphs of finite commutative rings, *J. Algebra Appl.* 20 (2021), no. 5, Paper No. 2150069, 16. MR 4255745
- [17] , Compressed zero-divisor graphs of matrix rings over finite fields, *Linear Multilinear Algebra* 69 (2021), no. 11, 2012–2039. MR 4283119
- [18] G. Dolinar, A. Guterman, B. Kuzma, and P. Oblak, Extremal matrix centralizers, *Linear Algebra Appl.* 438 (2013), no. 7, 2904–2910. MR 3018047
- [19] , Commuting graphs and extremal centralizers, *Ars Math. Contemp.* 7 (2014), no. 2, 453–459. MR 3240449
- [20] D. Dolžan, The commuting graphs of finite rings, *Publ. Math. Debrecen* 95 (2019), no. 1-2, 123–131. MR 3998029
- [21] D. Dolžan, D. Kokol Bukovšek, and B. Kuzma, On the lower bound for diameter of commuting graph of prime-square sized matrices, *Filomat* 32 (2018), no. 17, 5993–6000. MR 3899333
- [22] D. Dolžan, D. Kokol Bukovšek, and B. Kuzma, On diameter of components in commuting graphs, *Linear Algebra Appl.* 522 (2017), 161–174. MR 3621183
- [23] H.R. Dorbidi, On a conjecture about the commuting graphs of finite matrix rings, *Finite Fields Appl.* 56 (2019), 93–96. MR 3883282
- [24] H.R. Dorbidi and R. Manaviyat, The commuting graph of the ring $M_3(\mathbb{F}_q)$, *Linear Multilinear Algebra* 72 (2024), no. 1, 25–30. MR 4685140
- [25] A. Erfanian, K. Khashyarmansh, and Kh. Nafar, Non-commuting graphs of rings, *Discrete Math. Algorithms Appl.* 7 (2015), no. 3, 1550027, 7. MR 3402835
- [26] I.N. Herstein, *Abstract algebra*, Third ed., Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, 1996. MR 1375019
- [27] T.W. Hungerford, *Algebra*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York-Montreal, Que.-London, 1974. MR 354211
- [28] A. Iranmanesh and A. Jafarzadeh, Characterization of finite groups by their commuting graph, *Acta Math. Acad. Paedagog. Nyházi* 23 (2007), no. 1, 7–13. MR 2322896
- [29] , On the commuting graph associated with the symmetric and alternating groups, *J. Algebra Appl.* 7 (2008), no. 1, 129–146. MR 2386915
- [30] N. Jacobson, *Lectures in abstract algebra. Vol. II. Linear algebra*, D. Van Nostrand Co., Inc., Toronto-New York-London, 1953. MR 0053905
- [31] R. Kaye and R. Wilson, *Linear algebra*, Oxford Science Publications, Oxford University Press, Oxford, 1998. MR 1618277
- [32] B. Kuzma, Dimensions of complex Hilbert spaces are determined by the commutativity relation, *J. Operator Theory* 79 (2018), no. 1, 201–211. MR 3764148
- [33] R. Lidl and H. Niederreiter, *Introduction to finite fields and their applications*, First ed.,

Cambridge University Press, Cambridge, 1994. MR 1294139

[34] X. Ma and P.J. Cameron, Finite groups whose commuting graph is split, Tr. Inst. Mat. Mekh. 30 (2024), no. 1, 280–283. MR 4730001

[35] A. Mohammadian, On commuting graphs of finite matrix rings, Comm. Algebra 38 (2010), no. 3, 988–994. MR 2650384

[36] G.L. Morgan and C.W. Parker, The diameter of the commuting graph of a finite group with trivial centre, J. Algebra 393 (2013), 41–59. MR 3090056

[37] S.B. Mulay, Cycles and symmetries of zero-divisors, Comm. Algebra 30 (2002), no. 7, 3533–3558. MR 1915011

[38] S.P. Redmond, The zero-divisor graph of a non-commutative ring, Internat. J. Commutative Rings 1 (2002), no. 4, 203–211. MR 2037657

[39] Y. Shitov, A matrix ring with commuting graph of maximal diameter, J. Combin. Theory Ser. A 141 (2016), 127–135. MR 3479240

[40] D. Wang and C. Xia, Diameters of the commuting graphs of simple Lie algebras, J. Lie Theory 27 (2017), no. 1, 139–154. MR 3518119

[41] H. Zhang, Automorphism group of the commuting graph of 2×2 matrix ring over $\mathbb{Z}_p$, AIMS Math. 6 (2021), no. 11, 12650–12659. MR 4311374

Резултати претходних истраживања:

Граф комутативности описује релацију комутативности између елемената алгебарске структуре A . По дефиницији, то је прости граф чији су чворови нецентрални елементи алгебарске структуре, а два различита чвора су повезана ако одговарајући елементи комутирају у A . Први пут појам графа комутативности се помиње 1955. године у раду [15], у покушају да се класификују коначне просте групе. Прије око 20 година, такође је дефинисан за прстене и друге алгебарске структуре, [2,1]. Од тада му истраживачи посвећују велику пажњу, проучавајући повезаност графа, дијаметар и друга својства, [4,21]. Важно питање у овој теорији је проблем изоморфизма, који поставља питање када су изоморфне алгебарске структуре ако су изоморфни одговарајући графови комутативности.

И друга својства алгебарских структура такође могу бити описана графовима. Тако су настали Кејлијев граф, граф дјелилаца нуле, генеришући граф, тотални граф [5] и сл.

Године 2002. у раду [37] уведен је појам компресованог графа дјелилаца нуле са циљем да се граф учини мањим и самим тим лакшим за истраживање, а да њим и даље буде описана структура дјелилаца нуле. У радовима [16, 17] из 2001. године презентован је модификовани начин компресије који узима у обзир не само прстене него и хомоморфизме између прстена.

1. 2. Укратко описати разлоге због којих су истраживања предузета и представити проблем, предмет, циљеве и хипотезе³.
3. На основу прегледа литературе, сажето приказати резултате претходних истраживања у вези проблема који је истраживан (водити рачуна о томе да обухвата најновија и најзначајнија сазнања из те области код нас и у свијету).
4. Навести допринос тезе у рјешавању изучаваног предмета истраживања.
5. Навести очекивани научни и практични односно умјетнички допринос дисертације.

³ Хипотезе приказати само за научни докторат.

5. МАТЕРИЈАЛ И МЕТОДОЛОГИЈА РАДА

1. Материјали који су кориштени за истраживање су искључиво писани радови објављени у разним математичким часописима са SCI листе као и уџбеници реномираних универзитета, с обзиром да је истраживање из теоријске математике.
2. Дисертација користи широк спектар метода из различитих математичких области и комбинује их како би се постигао главни циљ. Ове области укључују теорију графова, теорију група, линеарну алгебру, теорију коначних поља, коначне пројективне просторе и комбинаторику. Ове области чине интегралне дијелове доказа главног резултата дисертације.

Метода компресије и метода „проширења“ графова прилагођене су из случаја графа делилаца нуле прстена. Тјемена графа $\Lambda^1(M_3(GF(p)))$ тј. компресованог графа комутативности прстена матрица 3×3 над простим пољем $GF(p)$ су описана разматрањем случајева заснованих на сличности матрица. Главни алати који су коришћени током овог корака били су алати линеарне алгебре, као што су сопствене вредности и сопствени вектори, линеарни простори и њихове димензије и Жорданова форма матрице. Такође је било потребно познавање теорије коначних поља и употреба полинома. За сваки чвор графа, скуп његових сусједа истраживан је коришћењем матричног рачуна и комбинаторике. Језгро графа $\Lambda^1(M_3(GF(p)))$ описано је успостављањем бијекције између чворова графа и парова тачака-линија у пројективној равни над $GF(p)$, ослањајући се на матрицу инциденције.

- a. Примијењене методе истраживања су адекватне, јер су резултирале рјешењем проблема описа графа комутативности прстена матрица 3×3 .
- b. Првобитни план истраживања спроведен је у цјелости.
- c. Спроведени обим истраживања је довољан за доношење поузданих закључака.
- d. У истраживању није кориштена статистичка обрада резултата.

1. Описати и дати основне карактеристике материјала који је обрађиван, критеријуме који су узети у обзир за избор материјала.
2. Дати кратак увид у примијењени метод истраживања, при чему је важно оцијенити сљедеће:
 - a. Да ли су примијењене методе истраживања адекватне, довољно тачне и савремене, имајући у виду достигнућа на том пољу у свјетском оквиру;
 - b. Образложити евентуалне измјене првобитног плана истраживања;
 - c. Да ли је обим истраживања довољан за доношење поузданих закључака или је потребно проширити постојеће или увести нове методе;
 - d. Да ли је статистичка обрада података адекватна, ако је коришћена при обради резултата.

6. РЕЗУЛТАТИ И НАУЧНИ/УМЈЕТНИЧКИ ДОПРИНОС ИСТРАЖИВАЊА

1. Главни доприноси истраживања су следећи:
 - Потпун опис компресованог графа комутативности прстена матрица 3×3 над простим пољем $GF(p)$, уз алгоритам за његову конструкцију.
 - Опис уобичајеног графа комутативности прстена матрица 3×3 над простим пољем $GF(p)$. Ово је било отворено питање од момента увођења графа комутативности.
 - Увођење новог типа графа индукованог прстеном, тј. компресованог графа комутативности.
 - Унапређење метода кориштених за опис компресованог графа комутативности прстена матрица 2×2 над пољем $GF(p)$.

2. Резултати су јасно приказани, правилно, логично и јасно тумачени. Довољан ниво критичности потврђује чињеница да је студент спровео студиозно истраживање ове тематике што је резултовало објављивањем два рада у часописима на SCI листи.
3. Резултати дисертације могу се показати корисним у будућим истраживањима. Конкретно, развијене методе помоћи ће да се генерализују резултати на матрице вишег реда над генералнијим пољима. Такође, резултати би могли бити употријебљени за покушај рјешавања проблема изоморфизма за прстенове матрица.

1. Укратко навести резултате до којих је студент дошао.
2. Оцијенити да ли су добијени резултати јасно приказани, правилно, логично и јасно тумачени, упоређујући их са резултатима других аутора и да ли је студент при томе испољавао довољно критичности.
3. Посебно је важно истаћи до којих нових сазнања се дошло у истраживању, који је њихов теоријски и практични допринос, те да ли указују на нове правце истраживања.

7. ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ

1. Кандидат је истраживао актуелан проблем и добијени резултати су коректно интерпретирани. Очекује се да новоразвијени компресовани граф комутативности подстакне нова истраживања у области прстена матрица и релације комутативности користећи алате теорије графова.
2. Будући да је кандидат показао темељно познавање предмета истраживања, те у потпуности одговорио на проблематику која се разматра у дисертацији, Комисија предлаже Научно-наставном вијећу Природно-математичког факултета Универзитета у Бањој Луци и Сенату Универзитета у Бањој Луци да се усвоји овај извјештај и докторска дисертација под називом "Компресовани графови комутативности прстена и других алгебарских структура" кандидата мр. Ивана Вање Бороје прихвати, као и да се одобри јавна одбрана ове дисертације пред комисијом у истом саставу.

1. Навести најзначајније чињенице које указују на научни/уметнички допринос дисертације.
2. На основу укупне оцјене дисертације, комисија предлаже:
 - да се дисертација / уметнички рад прихвати, а студенту одобри одбрана,
 - да се дисертација / уметнички рад враћа студенту на дораду (да се допуни или измијени) или
 - да се дисертација / уметнички рад одбија.

Мјесто и датум: У Бањој Луци, 27. маја 2025.

Бојан Николић, доц. др
Предсједник комисије, с.р.

Владимир Божовић, ред. проф
Члан, с.р.

Дамјана Кокол Буковшек, ван. проф
Члан, с.р.

Димитрије Чвокић, доц. др
Члан, с.р.

ИЗДВОЈЕНО МИШЉЕЊЕ: Члан комисије који не жели да потпише извјештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије дужан је да у извјештај унесе образложење, то јест разлоге због којих не жели да потпише извјештај.

У прилогу извјештаја доставити:

1. Одлуку Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о именовању комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану;
2. Одлуку Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о прихватању извјештаја комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану;
3. Извјештај комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану – Образац 3;
4. Докторска дисертација у ПДФ формату;
5. Увјерење продекана за научноистраживачки рад и развој о провјери оригиналности докторске дисертације путем званичног софтвера за откривање плагијаризма;
6. Изјава о ауторству;
7. Изјава којом се овлашћује Универзитет у Бањој Луци да докторску дисертацију / докторски умјетнички рад учини јавно доступним;
8. Изјава о идентичности штампане и електронске верзије докторске дисертације / докторског умјетничког рада.